

L'ITERAZIONE CREATIVA DEL FRAMMENTO

di Gabriele A. Losa e Gionata De Vico

“La Geometria Frattale della Natura” di Benoît Mandelbrot (1982) evoca una nuova visione del mondo [*Weltanschauung*] che dilata il paradigma interpretativo del mondo naturale e rende la comprensione della vita più intelligente (nel significato di intellegere, capire). A fondamento, un corpo di leggi definite e di principi coerenti che risultano atti alla descrizione di forme, figure, ed immagini complesse ed imprevedibili, ottenute al computer per iterazione illimitata di un generatore semplice, come può essere un motivo od un'equazione matematica, di cui l'insieme di Julia-Mandelbrot costituisce l'esempio più noto. Figure matematiche virtuali, denominate “*frattali*”, in ragione della loro peculiarità che risiede nel conservare la stessa forma a tutte le scale di grandezza: la loro dimensione tuttavia non è più topologica o intera (valore zero per il punto, uno per la retta, due per la superficie, ecc.), ma risulta frattale, dal latino *fractus* (fratto, irregolare). Dapprima squalificate in quanto ritenute entità patologiche o mostri matematici, a dispetto o forse proprio per la bellezza e fascino della loro forma, le figure ottenute per iterazione (Figura 1) riflettono la realtà in quanto sono “*quasi la regola generale nella natura, in particolare nei suoi aspetti più visibili*”, tanto è vero che “*le nubi non sono sfere, le montagne non sono coni, i profili costieri non sono cerchi, le cortecce non sono lisce, il fulmine non viaggia in linea retta*”: in breve fenomenologia ed oggettistica da sempre “*sotto il nostro naso*”, afferma Mandelbrot. Vi è dell'altro: molte figure virtuali rivelano una analogia con strutture e forme presenti non solo nel regno naturale e inanimato bensì riscontrabili nel regno vegetale ed animale (Figura 2), ciò che induce a ritenere che il processo iterativo di unità strutturali e generatori primordiali potrebbe guidare la morfogenesi degli elementi biologici e delle strutture viventi (Weibel, 2005). I polmoni limitano gli alveoli per lo scambio respiratorio alla ventitreesima generazione mentre alberi e vegetali si riproducono ramificando in rapporto decrescente e tale da impedire di “*crescere fino in cielo*”, come già osservava J. W. Goethe nei suoi scritti scientifici. Dalla osservazione non idealizzata si evince che nel mondo naturale e del

vivente prevalgono gli elementi irregolari e complessi, adeguatamente descrivibili con la nuova “*geometria frattale*” elaborata da Mandelbrot.

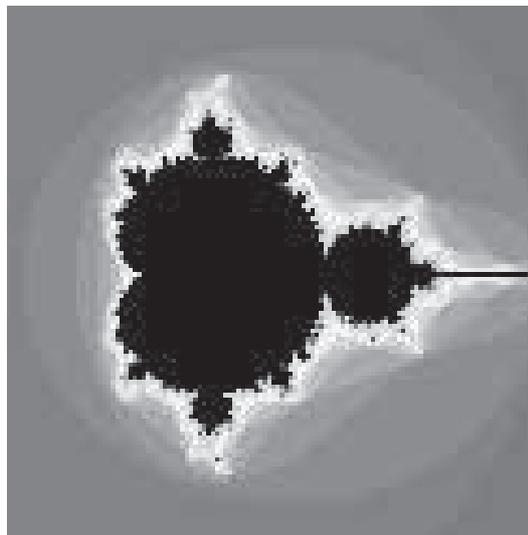


Fig. 1.

Frattale matematico: insieme di Julia-Mandelbrot

LA GEOMETRIA FRATTALE DELLA VITA

Ma per quale via si è giunti all'adozione della geometria frattale che consente lo studio realistico delle forme e l'interpretazione innovativa dei processi biologici complessi? Occorre innanzitutto riandare al periodo d'oro della ricerca in biologia cellulare, intercorso fra gli anni sessanta e novanta dello scorso secolo. Incombeva da un canto l'esigenza di pervenire alla descrizione oggettiva della complessità morfologica e funzionale delle strutture ed ultrastrutture di sistemi cellulari e tessutali, e dall'altro di trovare il consenso sulla congruità delle metodologie analitiche in auge, sul cui “*stato dell'arte*” aleggiava un diffuso scetticismo, in quanto il ricorso alle stesse lasciava intravedere un esito insoddisfatto. Insomma la domanda si poneva a sapere se la morfologia analitica, la morfometria e la stereologia tradizionali sarebbero state efficaci per descrivere l'entità geometrico/spaziale di strutture irregolari in modo oggettivo e tale da consentire le relazioni con i costituenti biochimici, enzimatici e funzionali, alle quali sono fisica-

mente associati. Sarebbe stato possibile o no correlare struttura e forma con la funzione specifica in vari tipi di cellule, tessuti e organi? Obiettivo disatteso, per il semplice motivo che le discipline sopra citate si fondano su leggi matematiche e geometriche convenzionali, impostate essenzialmente sul filo dei concetti di linearità, regolarità, continuità e dimensione intera o topologica. Tutto ciò in ossequio alla concezione epistemologica, altrettanto convenzionale ma ancora oggi diffusa, secondo la quale le forme biologiche e le strutture del vivente dovessero venire configurate come oggetti euclidei, approssimate ad elementi regolari ed ideali per poter venire descritte e misurate. Di fatto neglignendo, per "carenza ideologica" più che per un disinvoltato "escamotage", quelle peculiarità che connotano gli elementi e le strutture del mondo vivente, quali l'irregolarità ripetuta, l'autosomiglianza o l'invarianza di forma a scale diverse, la complessità, la suddivisione dicotomica, oggi esplicitate dal termine "frattalità". La "presa di coscienza" definitiva avvenne in seguito all'esame critico di alcune pubblicazioni, provenienti da laboratori internazionalmente reputati, le quali riportavano dati inerenti alla superficie di epatociti affatto divergenti. Appurato come le condizioni sperimentali fossero sostanzialmente simili, quale poteva essere la ragione di tale discrepanza? L'errore, un uovo di Colombo, risiedeva nell'aver negletto il ruolo della scala di misura o del potere di risoluzione durante l'analisi morfologica. Infatti, la successiva verifica sperimentale consentì di stabilire che all'incremento del potere di risoluzione (ingrandimento) corrispondeva l'accrescimento della misura della superficie dei componenti cellulari (1981), mentre dall'esperimento pionieristico di Mandelbrot (1972), inteso a verificare la lunghezza costiera della Gran Bretagna, fu mutuata la corretta interpretazione del fenomeno.



Fig. 2

Frattale vegetale: cavolfiore romanesco

QUANTO È LUNGA LA COSTA DELLA GRAN BRETAGNA?

La risposta, apparentemente "paradossale", rivelò come la lunghezza della costa dal profilo frastagliato dovesse dipendere dal potere di risoluzione o dall'entità della scala di misura impiegata (Figura 3), in ossequio alla legge di potenza; il "re nudo" veniva così rivestito dalla geometria frattale. Con Mandelbrot sappiamo che nel caso di elementi biologici, irregolari, non euclidei, quanto più risolutore (preciso) è il mezzo di misura impiegato tanto più grande è il risultato finale, in quanto vengono meglio identificati le parti ed i dettagli che costituiscono l'insieme, mentre la loro forma rimane invariata a tutte le scale di osservazione, micro e macroscopiche. Un decisivo passo avanti e la prova che un singolo fattore numerico, come la dimensione frattale, può servire per descrivere l'irregolarità, caratteristica delle strutture naturali e delle forme biologiche complesse che per di più riflette il loro stato funzionale (Losa, 2009). Ad esempio, nella mucosa linguale sana, la linea di demarcazione o interfaccia fra l'epitelio ed il derma sottostante mostra un andamento regolare mentre appare molto irregolare e contorto nel tessuto in presenza di un tumore maligno, ciò che si traduce con l'elevata dimensione frattale.

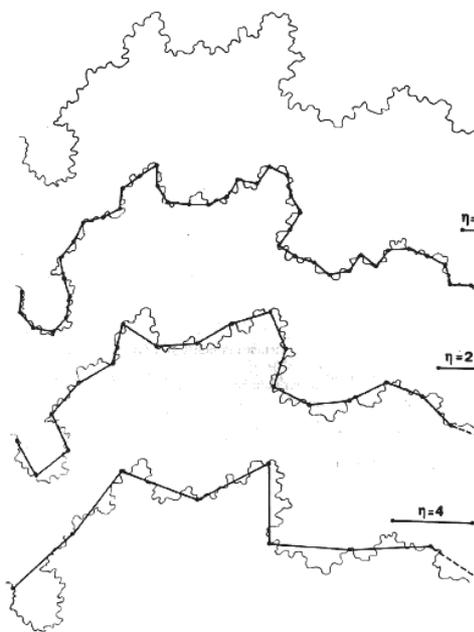


Fig. 3: Segmento di costa .

η definisce il righello di misura. La lunghezza della costa diminuisce con l'aumentare del righello di misura η : per valori crescenti di η [1, 2, 4] la lunghezza della costa vale 39, 34, e 28 rispettivamente.

All'opposto, le cellule del sangue prelevate da persone affette da leucemia acuta mostrano una superficie piuttosto liscia e regolare, connotata da una debole dimensione frattale mentre in cellule ematiche fisiologicamente attive la loro superficie appare più irregolare o differenziata, e la dimensione frattale elevata. Ancora, in tessuti della mammella umana le lesioni banali o di tipo benigno rivelano contorni regolari a dimensione frattale ridotta, mentre le masse tumorali si caratterizzano per i contorni irregolari, le forti distorsioni ed un'elevata dimensione frattale (Losa et al, 2005). Ciò vale anche per i casi di tumore della pelle nel cane (Figura 4). Il ricorso alla geometria frattale consente di procedere alla misura di proprietà morfologiche complesse evidenziate con tecnologie sempre più performanti, ma soprattutto di non incorrere nella situazione degli antichi greci, ai quali la natura con tutte le sue forme e strutture appariva talmente diversificata ed inspiegabile da precludere ogni dignità all'investigazione scientifica.

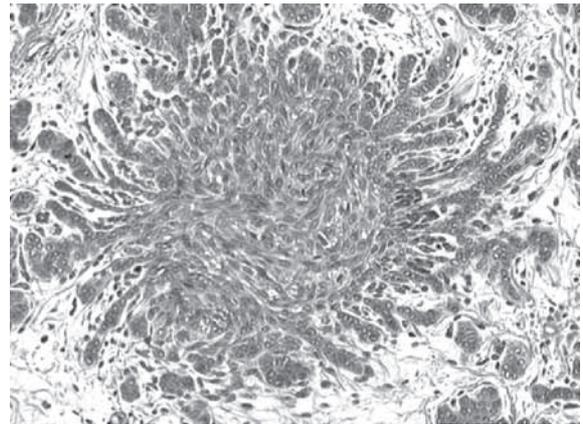


Fig. 4

Frattale animale: tumore cutaneo del cane

Fu perciò concepito un mondo ideale, costituito da oggetti geometrici regolari (triangoli, rettangoli, coniche, ecc.) adeguatamente descritti dalla geometria elaborata per quello scopo da Euclide. Solo nel III-IV secolo d.C. studiosi della scuola di Alessandria, facente capo a Ipazia, furono in grado di analizzare curve irregolari non descrivibili in base agli elementi di Euclide. Da sottolineare che ancora nell'Ottocento, il filosofo Immanuel Kant ammetteva con preoccupato realismo che *"l'organizzazione delle forme è un abisso impenetrabile per la mente"*.

BIBLIOGRAFIA

- J. W. Goethe. Gli Scritti Scientifici. Il Capitello del Sole. Bologna ,1996
- B. Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature. Freeman. San Francisco USA, 1982.
- B. Mandelbrot. How long is the coast of Great Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. Science 155:636,1972
- Paumgartner D., G.A. Losa and E. R. Weibel. Resolution effect on the stereological estimation of surface and volume and its interpretation in terms of fractal dimensions. J Microscopy 121:51,1981
- E. R. Weibel. Mandelbrot's Fractals and the Geometry of Life: A Tribute to Benoit Mandelbrot on his 80th Birthday. Fractals in Biology and Medicine. Vol. IV. Birkhäuser Press. Basel, Boston, Berlin 2005
- G.A. Losa. The Fractal Geometry of Life. Biology Forum 102: 29-60, 2009
- G.A. Losa et al. Fractals in Biology and Medicine. Vol. I, II ,III, IV. Birkhäuser Press, Basel, Boston, Berlin 2005.

GABRIELE A. LOSA

Gabriele A. Losa, professore di biologia cellulare e biomatematica, ha insegnato presso le Università di Losanna, Bari e Torino e nell'ambito del Master "Biotecnologie Applicate alla Riproduzione e al Ripopolamento di Specie Marine" organizzato dalla Facoltà di Scienze FF.MM.NN. della Università di Napoli Federico II.

Contatti:

ISSI, 6600 Locarno Switzerland

E-mail: glosa@cerfim.ch

GIONATA DE VICO

Gionata de Vico, professore ordinario, insegna Patologia degli organismi marini, presso la Facoltà FF. MM. NN. della Università Federico II di Napoli. Da una decina di anni collabora con il Professor Gabriele A. Losa nell'ambito di studi volti a definire, tramite l'approccio frattale, quali meccanismi geometrico-spaziali-temporali intervengono nel costituire e modificare l'architettura e l'organizzazione dei tessuti durante le fasi dinamiche del processo neoplastico e di carcinogenesi.

Contatti:

Università Federico II, Via Mezzocannone 16, 80134 Napoli

E-mail: gionata.devico@unina.it